

線形代数学・同演習 A

4 月 11 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の行列の和および積を計算せよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 17 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E_2$$

$$(4) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

講義や講義内容に関して、意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

4 月 18 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の 2 次正方行列の行列式を求めよ．またこれらの行列は逆行列を持つか．持つならばその逆行列を求めよ．

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad (3) C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

解) (1) $\det A = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1 \neq 0$ なので A は正則ゆえ逆行列を持ち，

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2) $\det B = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 0$ なので B は正則でないので，逆行列を持たない．

(3) $\det C = 1 \cdot 4 - (-2) \cdot 2 = 8 \neq 0$ なので C は正則ゆえ逆行列を持ち，

$$C^{-1} = \frac{1}{\det C} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

4 月 25 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の連立一次方程式を解け．

$$(1) \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 2x + 4y - z = -1 \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -x + 4y + 2z = 8 \\ -3x - y - z = -7 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

(1) 拡大係数行列に基本変形をする

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & 2 & 3 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & -7 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

よって $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

(2) 拡大係数行列に基本変形をする

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 4 & 2 & 8 \\ -3 & -1 & -1 & -7 \\ \textcircled{1} & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & -4 & -4 & -4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \textcircled{-2} & 6 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right)$$

よって $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$

講義や講義内容に関して、意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

5 月 9 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の連立一次方程式を，拡大係数行列を用いて解け．

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

解)

拡大係数行列を簡約化する．

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 4 & 6 & -9 & -5 \\ 1 & 1 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 & -5 \\ 0 & -3 & -3 & 6 & 6 \\ 0 & -5 & -5 & 10 & 10 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 & -5 \\ 0 & \textcircled{1} & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって，連立一次方程式の形に戻せば

$$\begin{cases} x + 2z - w = 3 \\ y + z - 2w = -2 \end{cases}$$

なので，パラメータ s, t を導入して， $z = s, w = t$
(主成分と対応していない変数) とすれば，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 2s + t \\ -2 - s + 2w \\ s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

5 月 16 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の連立一次方程式を，拡大係数行列を用いて解け．

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -4 & 8 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

解) 係数行列/拡大係数行列を簡約化する．

(1)

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 0 & -3 & -3 & 6 \\ 0 & -5 & -5 & 10 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 0 & \textcircled{1} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって， $\begin{cases} x + 2z - w = 0 \\ y + z - 2w = 0 \end{cases}$ なので，パラメータ s, t を導入して， $z = s, w = t$ (主成分と対応していない変数) とすれば，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2s + t \\ -s + 2w \\ s \\ t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(2)

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & 9 & -9 & 0 & -9 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & -5 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & \textcircled{1} & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & -5 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

最下段より，この連立一次方程式は解を持たない．

線形代数学・同演習 A

5 月 23 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

空間内の三点 $A(2, -1, -1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(-1, 1, 1)$ を通る平面の方程式 (標準形) を求めよ.

解) 解法はいくつかあるが, 講義で行った方法で解く.

求める平面は点 A を通り, \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} の方向を持つ平面であるので, パラメータ s, t を用いて

$$x = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

これより, 各成分毎にみれば
$$\begin{cases} x = 2 - s - 3t \\ y = -1 + s + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
 であり, y と z を用いて s, t につ

いて解けば
$$\begin{cases} s = y - z \\ t = (z + 1)/2 \end{cases}$$
 となるので, これを x に関する式に代入すれば,

$$2x + 2y + z = 1$$

となり, これが答え.

講義や講義内容に関して, 意見・感想・質問等を自由に記述してください.

線形代数学・同演習 A

5 月 30 日分 小テスト

学籍番号：

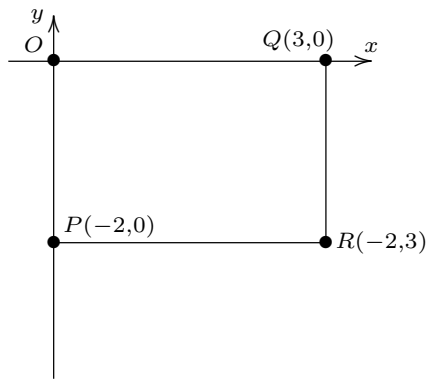
氏名：

4 点 $(0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 1)$ を頂点とする正方形は，以下の行列によってどのような図形に変わるか図示せよ．点 $(1, 0)$ の行き先を P ，点 $(0, 1)$ の行き先を Q とすること．

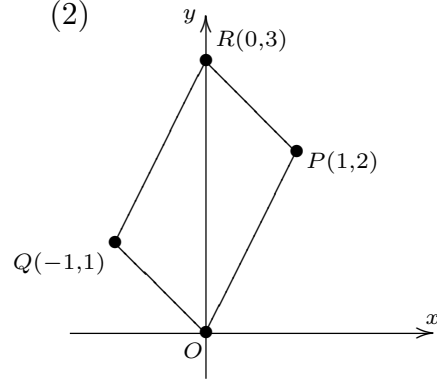
$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

解) 点 $(1, 1)$ が移動した点は R で表している．

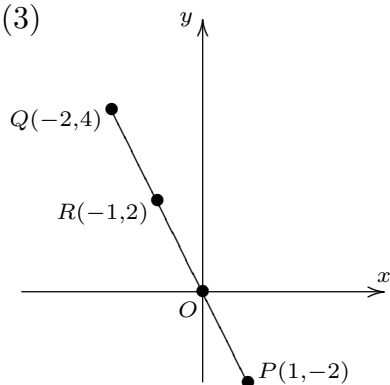
(1)



(2)



(3)



講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

6 月 13 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の 3 次正方行列の行列式を計算せよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ -3 & -2 & 12 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 7 & 5 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

解) 共に公式に当てはめるだけ:

$$\begin{aligned} (1) \quad \det A &= 1 \cdot (-2) \cdot (-3) + 1 \cdot 12 \cdot 1 + (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \\ &\quad - \{(-4) \cdot (-2) \cdot 1 - 1 \cdot 12 \cdot (-2) - 1 \cdot (-3) \cdot (-3)\} \\ &= 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \det B &= 1 \cdot 7 \cdot 2 + 4 \cdot 5 \cdot (-2) + (-2) \cdot 3 \cdot (-3) \\ &\quad - \{(-2) \cdot 7 \cdot (-2) + 1 \cdot 5 \cdot (-3) + 4 \cdot 3 \cdot 2\} \\ &= -45. \end{aligned}$$

講義や講義内容に関して、意見・感想・質問等を自由に記述してください。

線形代数学・同演習 A

6 月 20 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

置換 $\sigma, \tau \in S_6$ を次で定義する．

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) $\sigma \circ \tau$ および $\tau \circ \sigma$ を計算せよ．

(2) σ および τ を巡回置換の積で表わせ．また $\text{sgn}(\sigma)$, $\text{sgn}(\tau)$ を求めよ．

解) (1) σ, τ の上段を, それぞれの下段に合わせると

$$\sigma = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

なので,

$$\sigma \circ \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \tau \circ \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

ここで, 後ろ側にある方を先に計算することに注意する．

(2) 例題 9.8 の方法を用いると, それぞれ,

$$\sigma: 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 1,$$

$$\tau: 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1, \quad 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2$$

なので,

$$\sigma = (123456), \quad \tau = (134) \circ (256).$$

r 文字の巡回置換の符号は $(-1)^{r-1}$ であることと符号は各置換に分解できることより,

$$\text{sgn}(\sigma) = (-1)^5 = -1, \quad \text{sgn}(\tau) = (-1)^2 \cdot (-1)^2 = 1.$$

講義や講義内容に関して, 意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

6 月 27 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の行列式を計算せよ．計算過程も明記すること．(裏面使用可)

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 1 & 2 \\ 11 & -10 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -3 & -1 \\ -2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

解) (1) $\begin{vmatrix} A & O \\ C & D \end{vmatrix} = \det A \det D$ を用いる．

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 1 & 2 \\ 11 & -10 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = (10 - 9)(5 - (-4)) = 9.$$

(2) 基本変形を用いてサイズを小さくしていく．

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -3 & -1 \\ -2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

第 1 行目を用いて
第 2,3,4 行目を掃き出す．

$$= \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$\begin{vmatrix} A & O \\ C & D \end{vmatrix} = \det A \det D$ を用いる

$$= -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 6 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= -2(6 - (-1)) = -14.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

7 月 4 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の行列式を計算せよ．計算過程も明記すること．(裏面使用可)

$$(1) \begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

解) 基本変形と余因子展開を組み合わせる．

(1) まず第 3 列に関して余因子展開を行い，次に第 3 列を用いて第 2 列の 3 行目の 3 を掃き出してから，第 3 行に関して余因子展開．あとは 2 次正方行列の行列式を計算すればよい．

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -5 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} = -30.$$

(2) まず第 1 行を用いて第 2 行 4 列目の 1 を掃き出してから，第 4 列に関して余因子展開．ここで符号に注意．次に第 2 列に関して余因子展開をすれば，あとは 2 次正方行列の行列式の計算に落ちる．

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 6.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

7 月 18 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の n 次正方行列 A_n の行列式 $|A_n|$ を計算せよ．計算過程も省略せずにかくこと．

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{例えば} \quad \begin{cases} A_1 = 2, \\ A_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad \text{など.}$$

(ヒント：漸化式を立てる)

解) まず $\det A_1 = 2$, $\det A_2 = 4 - 1 = 3$ である． $n \geq 3$ のとき，第 1 列に関して余因子展開すれば，

$$\det A_n = 2 \det A_{n-1} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \det A_{n-1} - \det A_{n-2}.$$

よって漸化式 $\det A_1 = 2$, $\det A_2 = 3$, $\det A_n = 2 \det A_{n-1} - \det A_{n-2}$ を解けばよい．ここで，この漸化式は

$$\det A_n - \det A_{n-1} = \det A_{n-1} - \det A_{n-2} = \cdots = \det A_2 - \det A_1 = 1$$

であるので簡単に求まり， $\det A_n - \det A_1 = n - 1$ ，すなわち

$$\det A_n = n + 1$$

となる．

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．

線形代数学・同演習 A

7 月 25 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の正方行列 A の余因子行列と逆行列を，掃き出し法を使わずに計算せよ．計算過程も省略せずに書くこと．

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

解) 余因子行列の定義に注意して，各 \tilde{a}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) を計算する．

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{11} &= + \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -1, & \tilde{a}_{12} &= - \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -3, & \tilde{a}_{13} &= + \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 4, \\ \tilde{a}_{21} &= - \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 14, & \tilde{a}_{22} &= + \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6, & \tilde{a}_{23} &= - \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -26, \\ \tilde{a}_{31} &= + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -11, & \tilde{a}_{32} &= - \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -3, & \tilde{a}_{33} &= + \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 20. \end{aligned}$$

したがって，

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 14 & 6 & -26 \\ -11 & -3 & 20 \end{pmatrix}.$$

また，

$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -20 & -26 \\ 1 & 4 & 5 \\ 0 & -11 & -14 \end{vmatrix} = -(-20 \cdot (-14) - (-26) \cdot (-11)) = 6$$

なので，

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \tilde{A} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 14 & 6 & -26 \\ -11 & -3 & 20 \end{pmatrix}.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．