

線型代数学・同演習 A

4 月 14 日分 演習問題の解答

1. (1) $\begin{pmatrix} 7 & 7 & 2 \\ -3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, (2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -8 & 12 \end{pmatrix}$, (3) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, (4) $\begin{pmatrix} 46 \\ 59 \end{pmatrix}$, (5) $\begin{pmatrix} -6 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix}$,
(6) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, (7) $\begin{pmatrix} 1 & a+b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. (1) $(x, y, u, v) = (2, 0, 3, 7)$, (2) $(x, y, u, v) = (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 4, 2)$.
3. (1) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, (2) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, (3) $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$, (4) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.
4. $(x, a, b) = (3, 3, 2)$.
5. (1) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, (2) 存在しない, (3) $\frac{1}{ad} \begin{pmatrix} d & -b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, (4) $\theta = \frac{2n+1}{4}\pi$ のとき存在しない,
 $\theta \neq \frac{2n+1}{4}\pi$ のとき $\frac{1}{\cos 2\theta} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.
6. (1) $(x, y) = (2, -1)$, (2) $(x, y) = (-1, 2)$, (3) $(x, y) = (1, 2)$.
7. $A = (a_{ij})$, $B = (b_{jp})$, $C = (c_{pq})$ とおいたとき,

$$A(BC) = \sum_{j=1}^m a_{ij} \left(\sum_{p=1}^l b_{jp} c_{pq} \right) = \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^l a_{ij} (b_{jp} c_{pq}),$$
$$(AB)C = \sum_{p=1}^l \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} b_{jp} \right) c_{pq} = \sum_{p=1}^l \sum_{j=1}^m (a_{ij} b_{jp}) c_{pq}$$

である．有限和の \sum は順番を入れ替えて良いこと，および実数は結合的であることより $A(BC) = (AB)C$ となる．