

線型代数学・同演習 A

7 月 14 日分 演習問題[†]

1. 次の行列の余因子行列を求めよ．また，その逆行列を求めよ．

$$\begin{array}{ll} (1) \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & -2 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix} & (2) \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \\ (3) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ -5 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} & (4) \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 3 \\ -4 & 1 & 4 & -1 \\ -4 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & -3 & -4 & -2 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. $A \in \text{Mat}(n, \mathbb{R})$ のとき， $\det \tilde{A} = (\det A)^{n-1}$ を示せ．

3. (1) 次の行列の行列式を計算せよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

(2) a を整数とするととき， A^{-1} の成分がすべて整数になるような a の値を求めよ (ヒント：余因子行列を考えよ)．

4. 次の連立方程式を Cramer の公式を用いて解け．

$$\begin{array}{ll} (1) \begin{cases} -2x + y - 4z = 4 \\ 4x - 3y + 4z = -3 \\ -x + y - z = -1 \end{cases} & (2) \begin{cases} 2x + 4y - 4z = -3 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + 3y + 4z = -3 \end{cases} \\ (3) \begin{cases} -3x + 2y + 3z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ 2x + 4y - 3z = -4 \end{cases} & (4) \begin{cases} -2x + 3y + 2z + w = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 2w = 2 \\ 4x + y + z - 2w = 0 \\ -4y + 2z + 3w = 2 \end{cases} \end{array}$$

5. 次の空間内の三点を通る平面の方程式の標準形を求めよ．

$$\begin{array}{lll} (1) \begin{cases} (1, -2, 2) \\ (0, -1, -4) \\ (-2, -6, 5) \end{cases} & (2) \begin{cases} (-2, 5, 2) \\ (-2, -2, -1) \\ (1, -3, -2) \end{cases} & (3) \begin{cases} (5, -5, 1) \\ (-2, -1, -3) \\ (-1, -1, -4) \end{cases} \end{array}$$

6. 次の行列 A の n 乗 A^n を計算せよ．

$$(1) A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad (2) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix} \quad (3) A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \quad (a \neq c)$$

[†] <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2015LA.html>