

線型代数学・同演習 A

6 月 23 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

(1) 次の行列を簡約化せよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 9 & -4 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & -10 & 4 \end{pmatrix}$$

(2) $\mathbf{x} = {}^t(x, y, z, w)$ とおく．行列 A およびベクトル \mathbf{b} を以下で定義するとき，連立 1 次方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ を解け．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 9 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 & -10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 9 & -4 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & -10 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 9 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 8 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 9 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \\ \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

より，

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2) (1) より，拡大係数行列 $(A|\mathbf{b})$ を簡約化すると，

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

なので

$$x - y + 3w = -1, \quad z + 2w = -1.$$

これより s, t をパラメータとし $y = s, w = t$ とすれば

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + s - 3t \\ s \\ -1 - 2t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$