

線型代数学・同演習 A

5 月 26 日分 演習問題の解答

$$1. (1) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(4) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. (1) \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -5 & 5 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2) \frac{1}{286} \begin{pmatrix} -132 & 44 & 66 & 66 \\ -165 & 16 & 50 & 141 \\ 253 & 50 & -94 & -185 \\ -55 & -12 & 34 & 73 \end{pmatrix},$$

$$(3) \frac{1}{24} \begin{pmatrix} 259 & -138 & -41 & -93 \\ -84 & 48 & 12 & 36 \\ -18 & 12 & 6 & 6 \\ 13 & -6 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad (4) \text{逆行列を持たない}, \quad (5) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(6) \frac{1}{107} \begin{pmatrix} -92 & -48 & 12 & 39 & 90 \\ 5 & -16 & 4 & 13 & 30 \\ 43 & 55 & 13 & -38 & -63 \\ 18 & 28 & -7 & 4 & 1 \\ 53 & 23 & 21 & -12 & -110 \end{pmatrix}.$$

3. (1) 逆行列の定義と, $A(A^{-1}) = E_n$ を A^{-1} に着目することによりわかる.

(2) $(B^{-1}A^{-1})AB = B^{-1}(A^{-1}A)B = B^{-1}B = E_n$ より.

(3) 正則行列になるとはかぎらない. 反例は $A = E_n, B = -E_n$.

4. (1) $(a, b) = (1, 1)$ のとき 3 次元, $(a, b) \neq (1, 1)$ のとき 2 次元.

(2) $(a, b) = (-1, -1)$ のとき 2 次元, $(a, b) \neq (-1, -1)$ のとき 1 次元.