

# 線型代数学・同演習 A

5 月 19 日分 演習問題

1. 次の行列を簡約化し, その階数を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 12 \\ 2 & 0 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & -6 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -5 & -2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -4 & -6 \\ 3 & -5 & 16 & -29 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 4 & 5 & 2 & 4 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -3 & 5 & -2 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & 8 & 15 & -18 & 23 & -14 & 5 & 10 & -3 \\ 7 & 0 & 7 & -1 & 6 & 8 & -8 & 5 & -5 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 3 & 8 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立方程式を解け.

$$(1) \begin{cases} x + 4y + 2z + 3w = 1 \\ 2x + 3y + 4z + w = -2 \\ 3x + 2y + z + 4w = 3 \\ 4x + y + 3z + 2w = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 3y - z + 2w = 3 \\ -x + 3y + 2z - 2w = 1 \\ -x + 3y + 4z - 2w = 9 \\ 2x - 6y - 5z + 4w = -6 \\ x - 3y + 2w = 7 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + 2y + 3z - 4w = -1 \\ 4x + 5y + 8z + 5w = 5 \\ -4x + 8y + 9z - w = 0 \\ x + y + z + w = 1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y + 2z + 3w = 1 \\ -x + z + 3w = 1 \\ -2x - y + 3w = 1 \\ -3x - 3y - 3z = 1 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x + 3y + z - 8w = 3 \\ -2x - 5y - z + 13w = -4 \\ 3x + 8y + 2z - 21w = 0 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x - 3y - z = 1 \\ 4x - 11y - 7z = 2 \\ x - 9y - 8z = 4 \end{cases}$$

3. 次の行列の階数がちょうど 2 になるように,  $a, b, c$  の値を定めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & a & 1 \\ 2 & b & 1 & c \\ 1 & 1 & b & 1 \\ 1 & b+1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

## 前回までの演習問題の補足

- 4月21日分 問題8の“歪対称行列”について

定義.  $A$  を  $m \times n$  行列とし, その  $(i, j)$  成分を  $a_{ij}$  とする. 行列  $A$  の転置行列  ${}^tA$  とは,  $n \times m$  行列であって, その  $(i, j)$  成分が  $a_{ji}$  であるような行列のことである.

$$\text{例: } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \longrightarrow {}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

定義. 正方行列  $A$  が  $A = {}^tA$  を満たすとき,  $A$  を対称行列という. また  $A = -{}^tA$  であるときは, 歪対称行列 (もしくは交代行列) という.

$$\text{対称行列の例: } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{歪対称行列の例: } \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4月28日分 問題6, 7の“鏡映写像”について

定義. 直線 (もしくは平面) に関する“鏡映写像”とは, 点  $P$  からこの直線 (もしくは平面) に下ろした垂線を2倍の長さまで延長した位置の点に写す写像のことである. すなわち, 鏡映写像はいわゆる直線 (あるいは平面) に関する折り返しのこと.