

# 線型代数学・同演習 A

5 月 26 日分 演習問題

1. 次の連立方程式を解け．

$$(1) \quad \begin{cases} x + 2y + 3z + 5w = 0 \\ 2x + 4y + 7z + 11w = 0 \\ -x - 2y - 2z - w = 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x - y + 2z + 2w = 0 \\ 3x + 2y - 4z - 3w = 0 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} 2x + 4y + z + 4u + 5v = 0 \\ x + 2y + 3z - 3u + 5v = 0 \\ 4x + 8y + 15z - 18u + 23v = 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} x + 3y - 2z - 3w = 0 \\ 2x + y + z + 4w = 0 \\ 4x + 2y - z + 5w = 0 \\ -2x - y + z - 2w = 0 \end{cases}$$

2. 次の行列は正則か調べよ．また正則ならば，その逆行列を求めよ．

$$(1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & 9 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 9 & -8 \\ -1 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & -6 & -2 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(6) \quad \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3.  $A, B$  を正則行列とする．

(a)  $(A^{-1})^{-1} = A$  を示せ．

(b)  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  を示せ．

(c)  $A + B$  はまた正則行列となるか．

4. 次の連立一次方程式の解空間の次元をパラメータ  $a, b$  により分類して述べよ．(式が複雑になるので解は求めなくてもよい．)

$$(1) \quad \begin{cases} x + y + z + aw = 0 \\ x + y + bz + w = 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} ax - y + z + 3aw = 0 \\ bx + y + bz + w = 0 \\ x + w = 0 \end{cases}$$