

線型代数学・同演習 A

5 月 19 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の連立一次方程式を解け．

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 2 \\ -x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 6x_5 = -3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

解．拡大係数行列を簡約化する．

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ -1 & -5 & 6 & -8 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 3 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & 9 & -3 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -14 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 9 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

↓

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 9 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

従って上の連立方程式は以下のように簡約化される．

$$\begin{cases} x_1 + 9x_3 + 2x_5 = 3 \\ x_2 - 3x_3 - 4x_5 = -3 \\ x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

ここで拡大係数行列を簡約化した行列の主成分に対応しない変数 x_3, x_5 をパラメータとし，

$$x_3 = s, \quad x_5 = t$$

とおくと，

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3 - 9s - 2t \\ -3 + 3s + 4t \\ s \\ 1 - 2t \\ t \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$