

線型代数学・同演習 A

7 月 21 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次のベクトルの組に対して問に答えよ．

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

- (a) 線形独立なベクトルの最大個数 r を求めよ．
- (b) r 個の線形独立なベクトルを番号の小さい方から順に求めよ．
- (c) 他のベクトルを (b) のベクトルの線形結合で書き表わせ．

解. $A = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4)$ を簡約化する．

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 11 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & -9 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 11 \\ 0 & -2 & -3 & -12 \\ 0 & -6 & -1 & -20 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 11 \\ 0 & 1 & 3/2 & 6 \\ 0 & 6 & 1 & 20 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & -7 \\ 0 & 1 & 3/2 & 6 \\ 0 & 0 & -8 & -16 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5/2 & -7 \\ 0 & 1 & 3/2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

よって, (a) $r = 3$, (b) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$, (c) $\mathbf{a}_4 = -2\mathbf{a}_1 + 3\mathbf{a}_2 + 2\mathbf{a}_3$.