

線型代数学・同演習 A

6 月 23 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の行列式を計算せよ (計算過程も明記せよ) .

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 3^2 & 2^2 & 5^2 & 7^2 \\ 3^3 & 2^3 & 5^3 & 7^3 \end{vmatrix}$$

(1) 解答例

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} &= 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -12 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -2 \begin{vmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -3 & -2 & 1 \\ -1 & -12 & -9 \end{vmatrix} \\ &= -2 \begin{vmatrix} 0 & -27 & -23 \\ 0 & 34 & 28 \\ -1 & 3 & -9 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} -27 & -23 \\ 34 & 28 \end{vmatrix} \\ &= 2 * 26 \\ &= 52 \quad \square \end{aligned}$$

(2) この行列式は Vandermonde の行列式
なので

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 3^2 & 2^2 & 5^2 & 7^2 \\ 3^3 & 2^3 & 5^3 & 7^3 \end{vmatrix} &= \begin{matrix} (7-5)(7-2)(7-3) \\ \times (5-2)(5-3) \\ \times (2-3) \end{matrix} \\ &= -240 \quad \square \end{aligned}$$