

# 線型代数学・同演習 A

6 月 9 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

置換  $\sigma, \tau \in S_6$  を次で定義する．

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

(1)  $\sigma\tau$  および  $\tau\sigma$  を計算せよ．

(2)  $\sigma$  および  $\tau$  を巡回置換の積で表わせ．また  $\text{sgn}(\sigma)$ ,  $\text{sgn}(\tau)$  を求めよ．

(1)  $\cdot \sigma\tau$  について

$$\sigma\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

なので

$$\sigma\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$\cdot \tau\sigma$  について

$$\tau\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

なので

$$\tau\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(2)  $\cdot \sigma$  について,

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 1$$

なので

$$\sigma = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6).$$

このとき  $\text{sgn}(\sigma) = (-1)^{6-1} = -1$ .

$\cdot \tau$  について,

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1, \\ 2 &\rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \end{aligned}$$

なので

$$\tau = (1 \ 3 \ 4) (2 \ 5 \ 6).$$

このとき  $\text{sgn}(\tau) = (-1)^{3-1}(-1)^{3-1} = 1$ .