

# 線型代数学・同演習 A

4 月 14 日分 演習問題

1. 次の計算をせよ .

$$(1) \begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 1 & 8 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 9 & -1 \\ -4 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad (2) 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$(6) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad (7) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 次の等号が成り立つように ,  $x, y, u, v$  の値を定めよ .

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ u-1 & 2v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  であるとき , 次の式を計算せよ .

$$(1) A + B \quad (2) AB - BA \quad (3) (A + B)(A - B) \quad (4) A^2$$

4. 2 つの行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$  において ,  $P$  は逆行列  $P^{-1}$  を持つとする .

$B = P^{-1}AP$  とするとき ,  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$  となるように実数  $x, a, b$  の値を定めよ .

5. 次の行列に逆行列があれば , それを求めよ . ただし ,  $a, d \neq 0$  で ,  $\theta$  は任意の実数とする .

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

6. 次の連立 1 次方程式を , 行列を用いて解け .

$$(1) \begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

7. 行列  $A, B, C$  をそれぞれ  $(n, m)$  型 ,  $(m, l)$  型 ,  $(l, k)$  型の行列とする . このとき , 結合法則  $A(BC) = (AB)C$  が成り立つことを証明せよ .