

期末試験へのコメント .

総合および各設問ごとの平均点は以下の通りです .

総合	大問 1	大問 2	大問 3	大問 4	大問 5
68.1	3.1	13.9	15.4	27.9	7.8

全体的に良くできていました .

1 直交行列の定義は $P^t P = E_n$ ですが , これを答えられていた人は意外と少なかつたです . この行列 (およびユニタリ行列) は物理でもよく出てくるかと思えますので , しっかりと覚えておきましょう .

2 いわゆるフィボナッチ数に関する問題です . 講義中で Cayley–Hamilton の定理を紹介できなかったのが , 問題として出題しました . 対角化を利用するのが一番簡単な方法ですが , (2) より漸化式を立てても解くことができます .

3 ベクトル空間の内積に関する問題です . 物理の量子理論では , 内積が入った関数の空間が主役になります . 特にその内積に関する直交性が重要になってきますので , 押さえておきましょう .

4 対角化の問題で , とても良くできていました . 応用の場面では具体的に P を求める必要がない場合も多いですが , 対称行列 A は直交行列により $A = P D^t P$ と対角化できることは物事を単純化するという観点において非常に重要になります .

5 表現行列に関する問題です . ベクトルとしての行列と , 表現行列としての行列と , 行列が 2 種類でてきて少し考えにくかったかもしれません . ただ , ヒントに H_0 などは 3 次の正方行列になると書いていたので , せめて 3 次の行列を書いてほしかったです . さて , ここで求めて欲しかった Ω は , 実は $4E_3$ になります . これは Casimir 元と呼ばれるものです . 量子力学でも Casimir 元が出てきますが , これは親戚のような関係です (専門用語でいうと , 表現空間が違うだけ) .